

法拉第效应

一、引言

1845年英国物理学家法拉第（Faraday）发现原本没有旋光性的铅玻璃在磁场中出现了旋光性，这种磁致旋光现象后来被称为法拉第效应，这也是人类第一次认识到电磁现象和光现象之间的相互关联。后来，费尔德（Verdet）研究了许多介质的磁致旋光效应，发现法拉第效应普遍存在于固体、液体和气体中，只是大部分物质的法拉第效应很弱，而掺稀土离子的玻璃的费尔德常数稍大。近年来研制的磁性石榴石（YIG）等晶体的费尔德常数更大一些。

法拉第效应只是磁光效应中的一种。磁光效应是描述在磁场的作用下，在具有固有磁矩的介质中传播的光其物理性质发生变化的现象，比如光的频率、偏振面、相位或者散射特性等性质发生了变化。磁光效应有很多种类型，常见的有法拉第效应、塞曼（Zeeman）效应、克尔（Kerr）效应、科顿-穆顿（Cotton-Mouton）效应和磁激发光散射等。

法拉第效应的应用领域极其广泛。它可以作为物质结构研究的手段，比如，根据结构对法拉第效应的影响来分析碳氢化合物的结构；在光谱学中，可以用于研究激发能级的有关信息；在电工测量中，可用来测量电路中的电流和磁场。如今利用法拉第效应原理制成的偏频盒、旋转器、环形器、相移器、锁式开关、Q开关、光纤隔离器等能快速控制激光参数的各种元器件，已广泛应用于激光雷达、激光测距、激光陀螺、光纤通信中。

本实验的目的是：通过实验理解法拉第效应的本质，掌握测量旋光角的基本方法，并测量几种不同类型材料的旋光角，同时学会计算费尔德常数。

二、实验原理

所谓的法拉第效应就是，当在光的传播方向上加上一个强磁场时，平面偏振光穿过处于该磁场中的样品后，其偏振面会偏转一个角度。实验结果表明，光的偏振面旋转的角度 θ_F 与其在介质中传播的距离 l 及介质中磁感应强度在光传播方向上的分量 B 成正比，即

$$\theta_F = V_d(\lambda)Bl, \quad (1)$$

上式中，比例系数 $V_d(\lambda)$ 称为费尔德常数，它由材料本身的性质和工作波长决定，表征物质的磁光特性。在顺磁、弱磁和抗磁性材料中（如重火石玻璃）， $V_d(\lambda)$ 通常为常数，即 θ_F 与 B 具有线性关系；而在铁磁性或亚铁磁性材料中（如YIG）， θ_F 与 B 不再具有简单的线性关系。图1表示在磁场作用下介质的旋光效应，图中 E 表示平面偏振光的电矢量。

在不同的物质中，光的偏振面旋转的方向也可能不同，且偏振面的旋转方向与外加磁场的方向有关。一般约定，旋转方向与产生磁场的螺线管中电流方向一致时，法拉第旋转是左旋的， $V(\lambda)>0$ ；反之则为右旋， $V(\lambda)<0$ 。

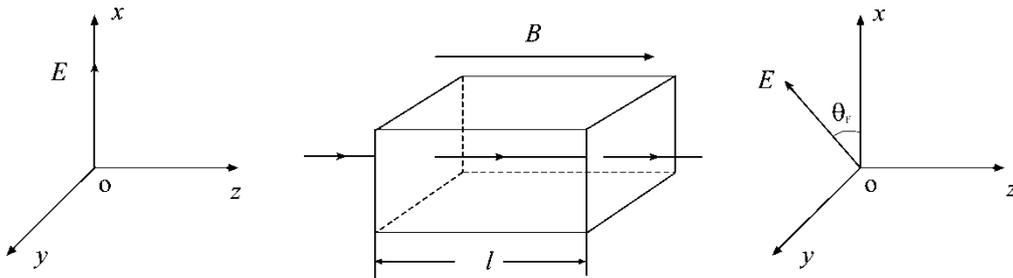


图1 平面偏振光沿磁场 B 通过介质时偏振面发生偏转

法拉第效应与自然旋光不同。在法拉第效应中对于给定的物质，偏振面的旋转方向只由磁场的方向决定而和与光的传播方向无关。也就是说，法拉第效应是不可逆的光学过程，光线往返一周，旋光角将倍增，这称为法拉第效应的“旋光非互易性”。而自然旋光过程是可逆的，旋光方向与光的传播方向有关，即当光正反两次通过自然旋光物质时，其旋光角则因大小相等、方向相反而抵消，总旋光角为零。法拉第效应的非互易性使得它在激光技术、光纤通信技术中获得重要应用。

1. 法拉第效应的原理

一束平行于磁场方向传播的平面偏振光 \mathbf{E} (\mathbf{E} 表示电场强度矢量)，可以看作是两束等幅的左旋 \mathbf{E}_L 和右旋 \mathbf{E}_R 圆偏振光的叠加，如图2(a)所示。在没有外加磁场时，介质对这两种圆偏振光具有相同的折射率和传播速度，通过距离为 l 的介质后，两种偏振光产生的相位相同，因此，透过介质后平面偏振光的振动面不发生偏转；当有外磁场存在时，由于磁场使得物质的光学性质发生改变，左旋和右旋圆偏振光在介质中具有不同的折射率和传播速度，这两圆偏振光在介质中通过同样的距离后就具有不同的相位滞后：

$$\varphi_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L l, \quad (2)$$

$$\varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R l, \quad (3)$$

其中， φ_L 、 φ_R 分别为左旋、右旋圆偏振光的相位； n_L 、 n_R 分别为左旋、右旋圆偏振光在介质中的折射率； λ 为真空中的波长。实际上，圆偏振光的相位就是其旋转电场矢量的角位移，而线偏振光的电场强度矢量 \mathbf{E} 应始终位于 \mathbf{E}_L 和 \mathbf{E}_R 的角平分线上，故由图2(b)可直接导出

$$\varphi_R - \theta_F = \varphi_L + \theta_F, \quad \text{即}$$

$$\theta_F = \frac{1}{2}(\varphi_R - \varphi_L) = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L)l. \quad (4)$$

若 $n_R > n_L$ ，有 $\theta_F > 0$ ，表示左旋；若 $n_R < n_L$ ，有 $\theta_F < 0$ ，则表示右旋。假如 $n_R - n_L$ 正比于磁场强度 \mathbf{B} ，便可以得到描述法拉第效应的公式（1）。

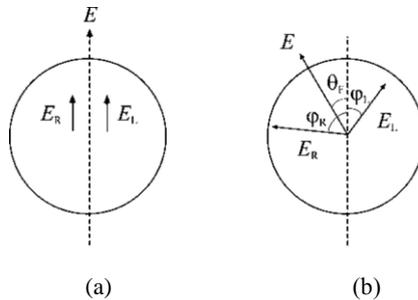


图2 左旋和右旋偏振光示意图

为什么在磁场作用下，左旋和右旋的圆偏振光在介质中具有不同的传播速度呢？利用经典电动力学中的介质极化和色散的振子模型可以很好地解释。在这个模型中，原子中被束缚的电子在光波电场的作用下作受迫振动。除了光场以外，若再在介质上加上一个静磁场 \mathbf{B} ，此时，电子的运动方程可表示为

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + k \mathbf{r} = -e \mathbf{E} - e \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \times \mathbf{B}, \quad (5)$$

上式中, \mathbf{r} 是电子离开平衡位置的位移, m 是电子质量, e 是电子电荷, k 是偶极子的弹性恢复系数。(5) 式等号右边第一项是光波的电场对电子的作用, 第二项是磁场对电子的洛伦兹力。这里假设入射光波的波长远离介质的共振吸收峰, 这样, 光波场中磁场分量对电子的作用及电子振动的阻尼作用便可以略去, 因为这些作用对于法拉第效应的产生影响并不明显。假定入射光波的光场具有通常的简谐波的时间变化形式 $e^{i\omega t}$, 设磁场指向 $+z$ 方向, 光波也沿此方向传播且为右旋圆偏振光, 光波的电场分量为:

$$\mathbf{E} = E_x e^{i\omega t} + i E_y e^{i\omega t} \quad (6)$$

由于要求的特解是在光波场作用下受迫振动的稳定解, 所以, \mathbf{r} 随时间变化的形式也应是 $e^{i\omega t}$ 。因此, (5) 式可以写成

$$(\omega_0^2 - \omega^2) \mathbf{r} + i \frac{e}{m} \omega \mathbf{r} \times \mathbf{B} = -\frac{e}{m} \mathbf{E}, \quad (7)$$

式中, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, 为电子固有振动频率。

将 (7) 式写成分量形式有:

$$(\omega_0^2 - \omega^2)x + i \frac{e}{m} \omega B y = -\frac{e}{m} E_x, \quad (8)$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2)y - i \frac{e}{m} \omega B x = -\frac{e}{m} E_y, \quad (9)$$

将 (9) 式乘以 i 并与 (8) 式相加, 可得

$$(\omega_0^2 - \omega^2)(x + iy) + \frac{e}{m} \omega B (x + iy) = -\frac{e}{m} (E_x + i E_y), \quad (10)$$

因此, 电子振动的复振幅为

$$x + iy = \frac{e/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{e\omega B}{m}} (E_x + i E_y). \quad (11)$$

设单位体积内有 N 个电子, 则介质的电极化强度矢量 $\mathbf{P} = -N e \mathbf{r}$ 。由宏观电动力学中的物质关系式 $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$ (χ 为有效极化率) 可得

$$\chi = \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0 \mathbf{E}} = \frac{-N e \mathbf{r}}{\epsilon_0 \mathbf{E}} = \frac{-N e (x + iy) e^{i\omega t}}{\epsilon_0 (E_x + i E_y) e^{i\omega t}}. \quad (12)$$

将 (11) 式代入上式, 并令 $\omega_c = eB/m$ (ω_c 称为回旋加速角频率), 整理后得到

$$\chi = \frac{N e^2 / m \epsilon_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \omega \omega_c}. \quad (13)$$

由于 $n^2 = \epsilon / \epsilon_0 = 1 + \chi$, 因此, 右旋圆偏振光通过介质时的折射率为:

$$n_R^2 = 1 + \frac{N e^2 / m \epsilon_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \omega \omega_c}. \quad (14)$$

对于可见光, $\omega = (2.7 \sim 4.7) \times 10^{15} \text{s}^{-1}$, 当 $B = 1 \text{T}$ 时, $\omega_c \approx 1.7 \times 10^{11} \text{s}^{-1} \ll \omega$, 在这种情况下, (14) 式可表示为

$$n_R^2 = 1 + \frac{N e^2 / m \epsilon_0}{(\omega_0 + \omega_L)^2 - \omega^2}. \quad (15)$$

式中, $\omega_L = \frac{\omega_c}{2} = eB/2m$, 为电子轨道磁矩在外磁场中的经典拉莫尔 (Larmor) 进动频率。

同理，当入射光为左旋圆偏振光时也可以推导出折射率的表达式

$$n_L^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{(\omega_0 - \omega_L)^2 - \omega^2} . \quad (16)$$

而无磁场时的介质的色散公式为：

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2} . \quad (17)$$

由以上推导可以得到以下两个结论：

(1) 在外加磁场的的作用下，电子受迫振动的频率由 ω_0 变成 $\omega_0 \pm \omega_L$ ，这正是对应于吸收光谱的塞曼效应（倒塞曼效应）；

(2) 由于 ω_0 的变化导致了折射率的变化，并且左、右旋圆偏振光的变化是不同的，尤其在 ω 接近 ω_0 时，差别更为突出，法拉第效应最为显著。

由此可见，法拉第效应和塞曼效应起源于同一物理过程。

实际上， n_R 、 n_L 和 n 相差甚微，可以近似认为

$$n_R - n_L \approx \frac{n_R^2 - n_L^2}{2n} . \quad (18)$$

将(15)~(18)式代入(4)式，再用到条件 $\omega_L^2 \ll \omega^2$ （略去 ω_L^2 项），整理后得到

$$\theta_F = -\frac{Ne^3\omega^2}{2cm^2\epsilon_0n} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} Bl . \quad (19)$$

式中， c 是光速。对(17)式微分，得到

$$\frac{dn}{d\omega} = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0n} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} . \quad (20)$$

将(20)式代入(19)式，再利用关系式 $\omega = 2\pi c/\lambda$ ，得到

$$\theta_F = \frac{e\lambda}{2cm} \frac{dn}{d\lambda} Bl . \quad (21)$$

令

$$V_d(\lambda) = \frac{e\lambda}{2cm} \frac{dn}{d\lambda} , \quad (22)$$

对比(21)、(22)和前文法拉第旋光角的计算公式(1)可知， $V_d(\lambda)$ 就是前面定义的费尔德常数， λ 为入射光波长， $dn/d\lambda$ 为介质在无磁场时的色散。费尔德常数与波长有关，所以，对于不同波长的入射光，物质相对应的法拉第旋光角是不同的，这一物理现象被称为旋光色散。

在上述推导过程中，左、右旋都只是相对于磁场方向而言的，与光波的传播方向同磁场相同或相反无关，因此，法拉第效应便具有与自然旋光现象完全不同的不可逆性。

2. 测量法拉第旋光角的光调制法

通常可以用起偏、检偏的方法，直接测量透过光强的变化来寻找消光位置，从而进一步得到旋光角，本实验引入磁光调制法进行测量。

(1) 磁光调制器工作原理

若在起偏器 P 和检偏器 A 之间插入一个由交变线圈磁化了的磁光石榴石单晶膜，便构成了一个磁光调制器，如图 3 所示。

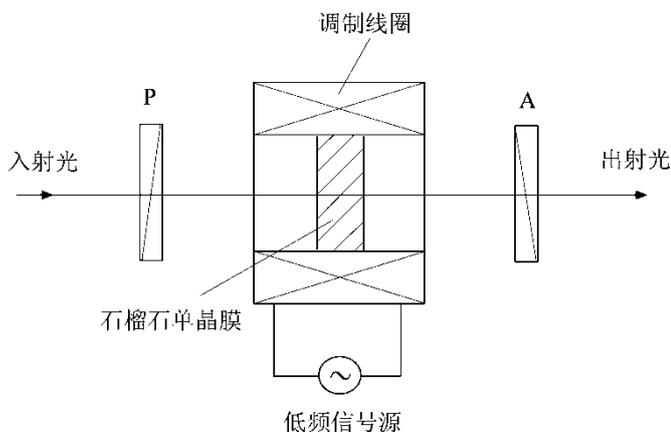


图 3 磁光调制器

当线圈未通电时，透过检偏器 A 的光强为

$$I(a) = I_0 \cos^2 a, \quad (23)$$

式中， a 为起偏器和检偏器光轴之间的夹角， I_0 为 $a=0$ 时的输出光强。当线圈通以交变电流 $i = i_0 \sin \omega t$ 时，调制线圈中产生交变磁场 $B' = B_0 \sin \omega t$ ，磁场引起石榴石单晶膜产生交变的法拉第旋光角 $\theta' = \theta_0 \sin \omega t$ ， θ_0 称为调制角幅度。此时，透过检偏器 A 的光强为

$$I(a + \theta') = I_0 \cos^2(a + \theta') = \frac{I_0}{2} [1 + \cos 2(a + \theta')]. \quad (24)$$

由上式可知，当 a 一定时，输入光强 I 仅随 θ' 变化，而 θ' 是受磁场 B' 控制的，因此 I 随 B' 而变化，这就是磁光调制的工作原理。

描述磁光调制器性能的两个主要参量是调制角幅度 θ_0 和光强调制深度 η 。光强调制深度 η 定义为

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (25)$$

式中， I_{\max} 、 I_{\min} 分别为磁光调制器输出光强的最大值和最小值。令

$$A = I_{\max} - I_{\min}, \quad (26)$$

A 称为光强调制幅度。在 $0 \leq a + \theta' \leq \frac{\pi}{2}$ 条件下，当 $\theta' = \mp \theta_0$ 时，由 (24) 式得到

$$\begin{cases} I_{\max} = \frac{I_0}{2} [1 + \cos 2(a - \theta_0)] \\ I_{\min} = \frac{I_0}{2} [1 + \cos 2(a + \theta_0)] \end{cases}. \quad (27)$$

将上式代入 (26) 式并化简后得到

$$A = I_0 \sin 2\alpha \sin 2\theta_0. \quad (28)$$

上式表明, 当 θ_0 为定值时, 磁光调制幅度随 α 而变化。当 $\alpha=45^\circ$ 时, 磁光调制幅度最大, 并等于

$$A_{\max} = I_0 \sin 2\theta_0. \quad (29)$$

此时,

$$\begin{cases} I_{\max} = \frac{I_0}{2}(1 + \sin 2\theta_0) \\ I_{\min} = \frac{I_0}{2}(1 - \sin 2\theta_0) \end{cases}. \quad (30)$$

调制深度和调制角幅度分别为

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \sin 2\theta_0, \quad (31)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right). \quad (32)$$

如果测得磁光调制器输出的最大光强 I_{\max} 和最小光强 I_{\min} 值, 便可以由上述两式求出两偏振器夹角 $\alpha=45^\circ$ 时的最大调制深度 η 和调制角幅度 θ_0 。

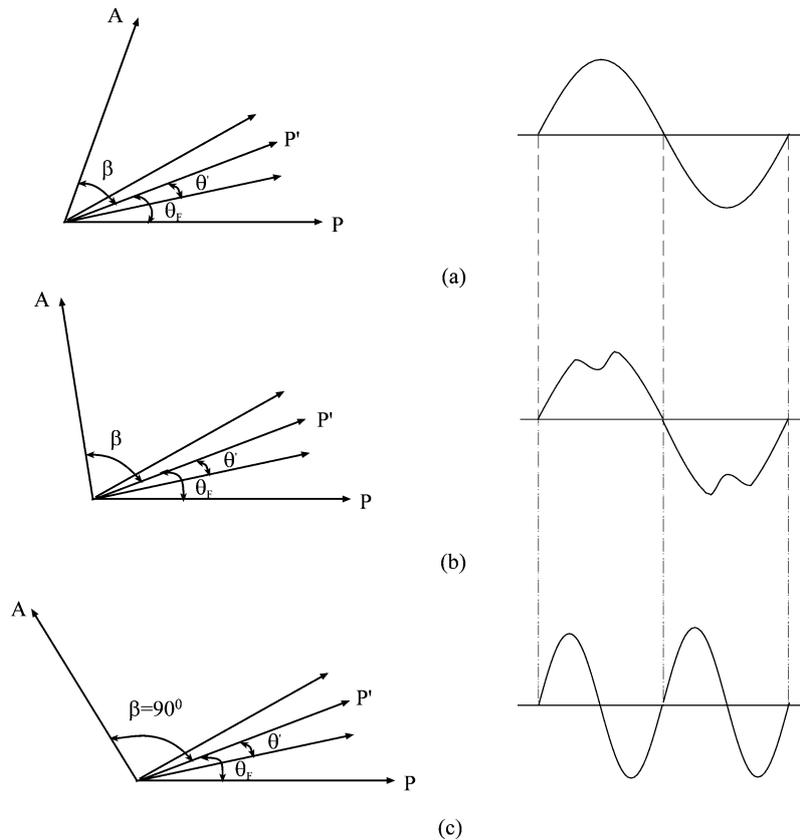


图 4 倍频法原理示意图

(2) 磁光调制倍频法

若在图 3 的检偏器 A 前插入一个待测样品，经过调制后的线偏振光通过样品，当样品被磁化时，偏振面由原来的 P 方向旋转 θ_e 角后变为 P' 方向，并在 $\theta_e \pm \theta_0$ 范围内摆动，如图 4 所示。

若检偏器允许通过的光的偏振方向 A 与 θ_e 的夹角为 β ，则光透过检偏器后的强度为

$$I = I_0 \cos^2(\beta + \theta'). \quad (33)$$

展开上式中的余弦项

$$\cos^2(\beta + \theta') = \cos^2\beta \cos^2\theta' - 2\cos\beta \cos\theta' \sin\beta \sin\theta' + \sin^2\beta \sin^2\theta'. \quad (34)$$

由于 θ' 很小，所以有近似关系 $\sin\theta' \approx \theta' = \theta_0 \sin\omega t$ 以及 $\cos\theta' \approx 1$ ，因此，上式可以写成

$$\cos^2(\beta + \theta') = \cos^2\beta - 2\theta_0 \cos\beta \sin\beta \sin\omega t + \theta_0^2 \sin^2\beta \sin^2\omega t, \quad (35)$$

上式第一项为一直流信号，第二项为基频信号，第三项为倍频信号。

当 $\beta=90^\circ$ 时，(35) 式只有第三项，此时透过检偏器的强度

$$I = \frac{1}{2} I_0 \theta_0^2 (1 - \cos 2\omega t), \quad (36)$$

上式表明，在消光位置时，基频信号消失，只剩下倍频信号；

当 β 从 90° 偏离时，倍频信号减小，基频信号增大；

当 β 偏离 90° 足够远时，倍频信号与基频信号相比可以忽略，将只剩下基频信号。

测量时，旋转检偏测角仪，根据被测样品放入前后两次出现倍频信号时的位置，即可确

定被测样品的法拉第旋光角。这个测量方法称之为磁光调制倍频法。采用倍频法，可以测量被测样品的法拉第旋光角；反之，当样品的旋光角已知，也可精确测量该样品的厚度。

三、实验装置

本实验使用的法拉第旋光角测量装置如图 5 所示，激光通过起偏器后成为线偏振光，经磁光调制器调制后进入被测样品，出射后偏振面旋转了 θ_F 角。被调制和旋转后的线偏振光入射到检偏器，转换成交变的光电流，经放大器放大后输入示波器信号通道，在示波器上就显示出被调制的信号。通过倍频信号的判断测量法拉第旋光角。

本实验所使用的主要仪器有：

1. 氦氖激光器：输出波长 632.8nm，功率 $\leq 2\text{mW}$ 。
2. 电磁铁：采用电工纯铁做成磁路，磁极柱直径为 40mm，磁路中通光孔直径为 6mm，以保证入射光的光轴方向与磁场 B 的方向一致。磁极间距为 10mm。
3. 起偏器：产生小角度摆幅的线偏振光，输入电压为 0~6V，频率为 50Hz。
4. 测角仪：具有刻度值的检偏器， 360° 的刻度值，附有 2"的游标。
5. 光电二极管：接收透过检偏器的光强，响应时间小于 10^{-7}s ，光谱范围 0.4~1.1 μm 。
6. 电源：具有以下三个功能：

(1) 为电磁铁提供励磁电流，其输出电流分 10 档粗调，并有小范围的细调功能，具有过流保护功能，正常情况下过载指示灯不亮，一旦过流后，过载指示灯就会亮，同时励磁电流将会被切断。只有当排除过流（输出端短路）故障后，按压“复位”按钮后，才能恢复正常。数显电流表显示励磁电流值，单位为安培 A。过流保护点为 2.5A；

(2) 为光电接收提供直流电源，并把接收到的光强信号转换为相应的电压值，供示波器显示用；

(3) 为磁光调制器提供 0~6V、50Hz 的交变电压，使其产生小角度摆幅。

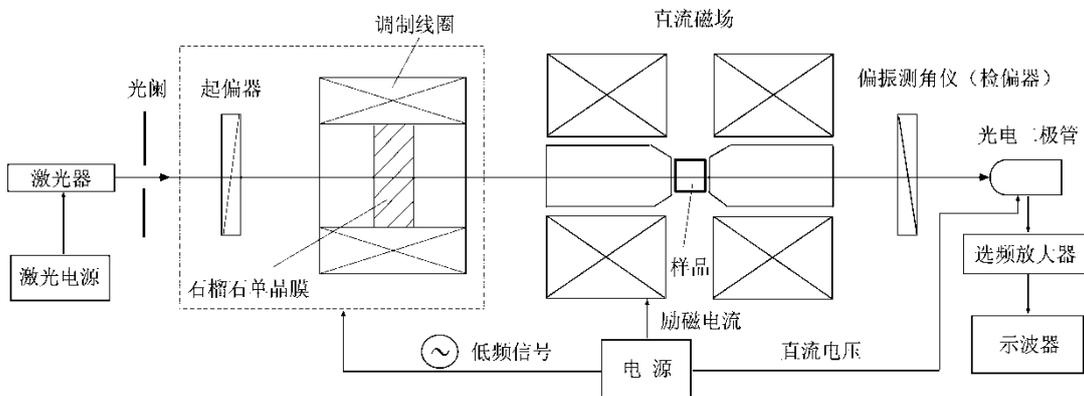


图 5 法拉第旋光角测量装置图

四、实验内容

1. 测定励磁电流 I 与磁感应强度 B 的关系

不放样品，将特斯拉计的探头放入电磁铁的磁场中，改变励磁电流 I ，测量其对应的磁感应强度 B 值。

2. 测定 ZK2、ZF7、MR3 玻璃的旋光角 θ 与磁场 B 的关系曲线

(1) 测量三个样品的厚度

- (2) 自己设计实验步骤，测量 ZK2、ZF7、MR3 玻璃的 θ - B 关系曲线
- 1) 要求在每一个磁场下至少测量 3 次，在 0—0.5T 范围内至少选定十个磁场值；
 - 2) 利用上面的测量结果，做出 θ - B 关系曲线，对实验结果进行分析；
 - 3) 判断以上三个样品的法拉第旋转方向；
 - 4) 计算波长为 632.8nm 时的费尔德常数；
 - 5) 对测量结果进行误差分析。
4. 自行设计实验步骤，研究自然旋光与法拉第旋光效应的旋光互易性。
5. 选作：设计实验研究磁场非均匀性对费尔德常数测量结果的影响。

五、注意事项

1. 切勿用手触摸样品的端面，更不要用酒精清洗，只需用吹耳球吹掉表面浮尘。用镊子取放样品，注意不要掉到地上，特别要注意保护 MR3 样品。
2. 氦氖激光管与氦氖激光电源之间要保证正确连接，即红对红、黑对黑，否则激光管会损坏。另外，千万不要用眼睛直视激光束，避免伤害眼角膜；
3. 因光电二极管的接收灵敏度很高，需在接近消光时使用。因此，严禁用氦氖激光束直接照射，致使光电二极管寿命减少，甚至损坏；
4. 因电磁铁的电感量很大，严禁在通有励磁电流的状态下断开励磁电流的连线，否则会因电磁铁产生的反电动势而遭电击。

六、思考题

1. 本实验引起测量误差的因素有哪些？在实验中如何处理好这些因素以减小实验误差，提高测量精度？
2. 如果待测法拉第旋光样品同时具有自然旋光效应或双折射效应，对本实验的观测会有什么影响？如何消除它们的影响？
3. 结合磁光调制倍频法原理，理解“倍频”的含义，试着画出一角从 90° 减小时，光强随时间变化的示意图。
4. 阅读文献，说明法拉第效应在光纤隔离器中的应用原理。
5. 查阅资料，试用量子理论解释法拉第效应的机理。

参考文献

- [1] 吴思诚，王祖铨主编. 近代物理实验. 北京：高等教育出版社，2005
- [2] 高立模主编. 近代物理实验. 天津：南开大学出版社，2006
- [3] 李相银主编. 大学物理实验. 北京：高等教育出版社，2004
- [4] 赵凯华，钟锡华. 光学. 北京：北京大学出版社，2002