

# 锁相放大器实验

## 一、引言

锁相放大器(lock-in amplifier)是检测淹没在噪声中微弱信号的常用仪器。它利用待测信号和参考信号的互相关检测原理实现对信号的窄带化处理,能有效地抑制噪声,实现对信号的检测和跟踪。自1962年第一台锁相放大器问世以来,锁相放大器有了迅速发展,性能指标有了很大提高,目前已经能够在强噪声背景下检测出几nV的交流信号。锁相放大器已成为现代科学技术中必不可少的常用仪器,已广泛地用于物理、化学、生物、电讯、医学等领域。锁相放大器不能像光子计数器那样测量极微弱的光信号,但它能测量宽范围的光强度,并且不局限于光信号的测量。因此,培养学生掌握这种技术的原理和应用,具有重要的现实意义。

本实验通过测量锁相放大器的工作参数和特性,掌握相关检测原理以及锁相放大器的正确使用方法。

## 二、实验原理

### 1. 相关接收

微弱信号检测的基础是被测信号在时间上具有前后相关性的特点。所谓相关,是指两个函数间有一定的关系,相关按概念分为自相关和互相关。微弱信号检测中一般都采用抗干扰能力强的互相关检测。相关函数是表征线性相关的度量。

设信号  $f_1(t)$  为被检信号  $V_s(t)$  和噪声  $V_n(t)$  的叠加,  $f_2(t)$  为与被检信号同步的参考信号

$V_r(t)$ , 二者的相关函数为

$$\begin{aligned} R_{12}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_1(t) \cdot f_2(t-\tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [V_s(t) + V_n(t)] \cdot V_r(t-\tau) dt \\ &= R_{sr}(\tau) + R_{nr}(\tau), \end{aligned} \quad (1)$$

由于噪声  $V_n(\tau)$  和参考信号  $V_r(\tau)$  不相关,故  $R_{nr}(\tau) = 0$ , 所以  $R_{12}(\tau) = R_{sr}(\tau)$ 。以上分析

表明,利用参考信号与有用信号具有相关性,而参考信号与噪声相互独立、互不相关的性质,可以使之通过互相关运算削弱噪声的影响,即对混有噪声的信号和参考信号进行相乘和积分处理,就能够把深埋在任意大噪声中的微弱信号检测出来,根据此原理设计的相干检测器即相关器构成了锁相放大器的核心部分。

### 2. 相干检测的实现

相干检测器(或称相关器)就是实现求参考信号和被测信号相关函数的电子线路,由乘法器和积分器组成。乘法器有两种:一种是模拟式乘法器即同步检测器;另一种是开关式乘法器即相敏检波器(phase-sensitive detector,简称PSD),常用方波作为参考信号。积分器常以RC低通滤波器(low-pass filter,简称为LPF)组成。

设加在 PSD 上的被测信号为  $u_i$  为

$$u_i = U_i \sin(\omega_i t + \varphi). \quad (2)$$

加在 PSD 上的方波参考信号  $u_r$  幅度为 1, 若用傅里叶级数展开, 则方波的表达式为

$$u_r = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin[(2n+1)\omega_r t]. \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (3)$$

于是 PSD 上的输出信号为

$$\begin{aligned} u_{\text{oPSD}} &= u_i \cdot u_r \\ &= [U_i \sin(\omega_i t + \varphi)] \cdot \left\{ \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin[(2n+1)\omega_r t] \right\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_i}{(2n+1)\pi} \cos\{[(2n+1)\omega_r - \omega_i]t - \varphi\} \\ &\quad - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_i}{(2n+1)\pi} \cos\{[(2n+1)\omega_r + \omega_i]t + \varphi\} \end{aligned} \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出, 输出信号  $u_{\text{oPSD}}$  包含有下列各种频率分量:

$$\begin{cases} \omega_r - \omega_i \text{分量} & \frac{2}{\pi} U_i \cos[(\omega_r - \omega_i)t - \varphi] \\ \omega_r + \omega_i \text{分量} & -\frac{2}{\pi} U_i \cos[(\omega_r + \omega_i)t + \varphi] \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} 3\omega_r - \omega_i \text{分量} & \frac{1}{3} \frac{2}{\pi} U_i \cos[(3\omega_r - \omega_i)t - \varphi] \\ 3\omega_r + \omega_i \text{分量} & -\frac{1}{3} \frac{2}{\pi} U_i \cos[(3\omega_r + \omega_i)t + \varphi] \end{cases} \quad (6)$$

.....

在正常工作情况下, 参考信号的基波频率与被测信号的频率是相等的, 即  $\omega_r = \omega_i$ 。这

时 PSD 的输出信号  $u_{\text{oPSD}}$  中含有直流成分

$$u_{dc} = \frac{2}{\pi} U_i \cos \varphi. \quad (7)$$

经低通滤波器后, PSD 输出信号中的交流成分被滤去, 只有直流成分的  $u_{dc}$  被输出, 它的大小

与输入信号和参考信号之间的位相差  $\varphi$  有关。当  $\varphi = 0$  时, 输出信号最大

$$u_{dc} = \frac{2}{\pi} U_i. \quad (8)$$

可见, 输出信号大小还和被测信号的幅值成正比。由于参考通道有精密可调的移相器, 不管参考信号与被测信号之间的位相差原来是多少, 总可以调节移相器, 使在PSD输入端  $\varphi = 0$ , 从而使输出达到最大值, 经过校准一般让输出最大时代表输入信号的有效值。当  $\varphi = \pm\pi/2$  时,

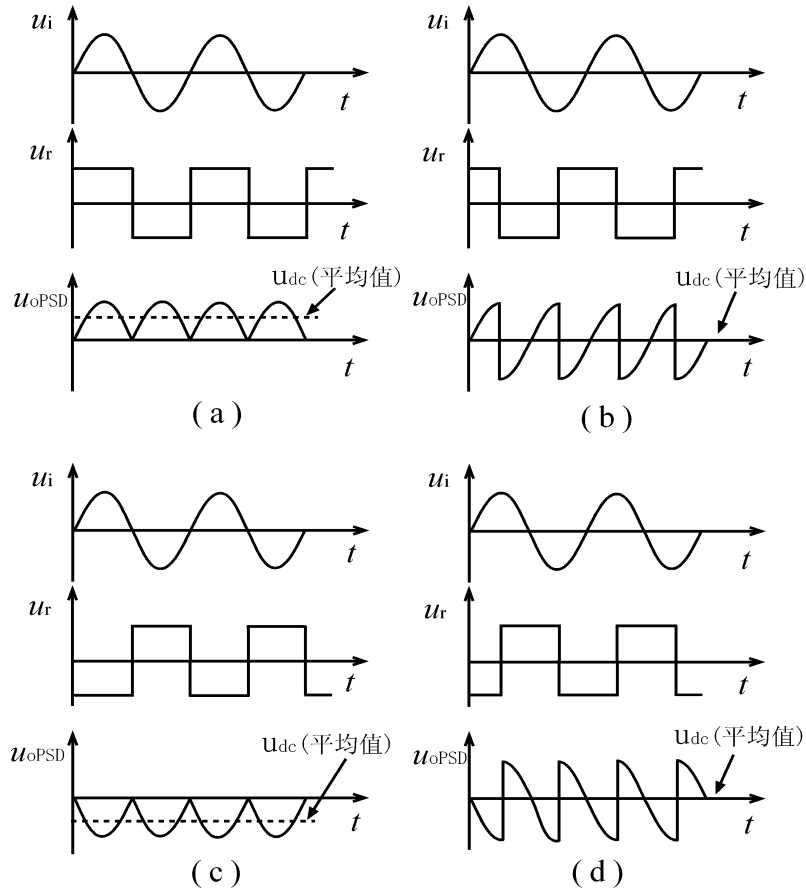


图1  $\varphi$  为不同数值时的  $u_i$ 、 $u_r$ 、 $u_{oPSD}$  和  $u_{dc}$  波形  
(a)  $\varphi=0^\circ$ ; (b)  $\varphi=90^\circ$ ; (c)  $\varphi=180^\circ$ ; (d)  $\varphi=270^\circ$

$u_{dc} = 0$ 。由以上讨论可以看出, 在被测信号中若混杂有相同频率而不同位相的干扰信号时, 经过 PSD, 会受到一定的抑制。图1画出了  $\varphi$  具有几个典型数值时的  $u_i$ 、 $u_r$  和  $u_{oPSD}$  的波形。

从(6)式进一步可以看出, 若输入信号为参考信号的三次谐波, 即出现了  $3\omega_r = \omega_i$  的情况, 这时  $3\omega_r - \omega_i$  分量就是直流分量, 其数值为

$$\frac{1}{3} \frac{2}{\pi} U_i \cos \varphi. \quad (9)$$

与  $\omega_r = \omega_i$  的基波情况相比, 除大小降低到1/3以外, 其他情况一样。同理, 如果

$\omega_i = (2n + 1)\omega_r$ , 则可得到相应的直流分量为

$$\left(\frac{1}{2n+1}\right) \frac{2}{\pi} U_i \cos \varphi. \quad (10)$$

这表明被测信号中的奇次谐波成分在输出信号中仍占有比例, 或者说 PSD-LPF 系统对奇次谐波的抑制能力有一定限度。图2画出了 PSD 的谐波响应图。因此, 在实际的锁相放大器内, 在信号通道中, 还设置有高通滤波器、低通滤波器和调谐放大器, 以便对混杂在被测信号内的干扰和噪声先进行一定的抑制, 然后再输给 PSD, 以加强整个锁相放大器对噪声和干扰的抑制能力。

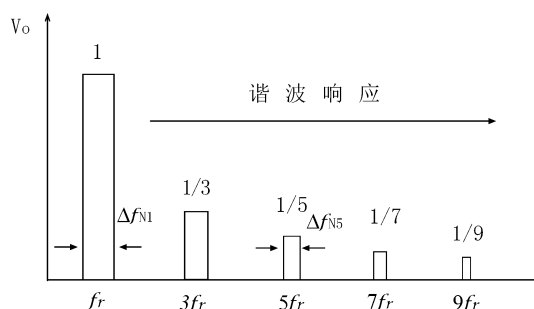


图 2 PSD 谐波响应图

### 3. 锁相放大器的基本组成

锁相放大器是采用相干技术制成的微弱信号检测仪器, 其基本结构由信号通道、参考通道和相关器等三部分组成。图3是锁相放大器原理方框图。

#### (1) 信号通道

待检测的微弱信号和噪声混合在一起输入前置放大器, 经放大后进入前置滤波器, 前置滤波器可以是低通、高通、带通或带阻滤波器, 或者用这些滤波器的两种或两种以上的组合构成宽带或窄带滤波特性, 用于防止在严重的噪声或干扰条件下 PSD 出现过载, 滤波后的信号经过调谐放大器放大到 PSD 所需电平后输入 PSD。

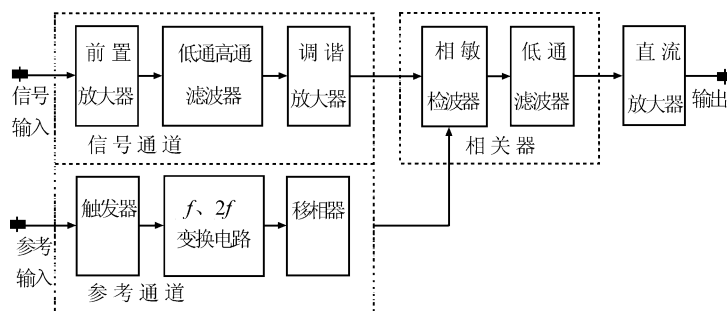


图 3 锁相放大器原理方框图

#### (2) 参考通道

参考通道用于产生相干检测所需的和被测信号同步的参考信号。参考通道首先把和被测信号同频率的任何一种波形的输入信号转换为占空比为 1:1 的方波信号, 其频率和输入移相器的参考信号的频率  $f_r$  相同。现代的锁相放大器还可以给出频率为  $2f_r$  的方波信号, 主要用于微分测量中相移电路可以精密地调节相位  $\varphi_2$ , 使 PSD 中混频器的两个输入信号的相位差严格为零, 获得最大的检波直流输出。方波信号通过移相器改变其相位, 使得 PSD 输入的参考信号与被测信号同相位, 即  $\varphi = 0$ 。

#### (3) 相关器及输出电路

相关器由 PSD 和低通滤波器组成, 它将从信号通道输出的被测交流信号和从参考通道输出的方波进行相乘和积分后转换成直流信号, 输出的直流信号一般要再经过滤波和直流放大, 最后输出给测量仪表等。

#### 4. 锁相放大器的主要特征参量

以下给出锁相放大器不同于一般放大器的特征参量。

(1) 等效噪声带宽 (ENBW)。为测量深埋在噪声中的微弱信号, 必须尽可能地压缩频带宽度。锁相放大器采用RC低通滤波器来作频带压缩, 因此, 锁相放大器的等效噪声带宽可引用RC低通滤波器等效噪声带宽的定义。一个普通RC低通滤波器的电压传输系数

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}. \quad (11)$$

其等效噪声带宽为

$$B_{N,LPF} = \int_0^{\infty} |H(\omega)|^2 df = \int_0^{\infty} \frac{df}{1+(\omega RC)^2} = \frac{1}{4RC}. \quad (12)$$

对于锁相放大器的 PSD, 考虑到在基波附近  $\pm \Delta f$  的输入噪声都将在输出端产生噪声分量, 故 PSD 的基波等效噪声带宽应为 RC 低通滤波器等效噪声带宽的 2 倍, 即:

$$\Delta f_{n1} = 2B_{N,LPF} = \frac{1}{2RC}. \quad (13)$$

对于白噪声, 由于谐波响应使锁相放大器总的等效噪声带宽为

$$\Delta f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \frac{1}{2RC} = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{1}{2RC} = \frac{\pi^2}{16RC}. \quad (14)$$

从抑制噪声的角度看, 时间常数  $RC$  越大越好。但  $RC$  越大, 放大器反应速度也越慢, 幅度变化较快的信号的测量将受到限制。所以在锁相放大器中用减小带宽来抑制噪声是以牺牲响应速度为代价的。在测量中应根据被测信号情况, 选择适当的时间常数, 而不能无限度地追求越大越好。

(2) 信噪比改善 (SNIR)。信噪比 (SNR) 是指系统输入信号幅度和噪声幅度之比, 用  $S/N$  来表示。信噪比改善是指系统输出端信噪比  $S_o/N_o$  与输入端信噪比  $S_i/N_i$  的比值, 即

$$SNIR = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} \quad (15)$$

在白噪声的理想情况下, 锁相放大器的信噪比改善在不计谐波响应时, 表示为输入信号的噪声带宽  $\Delta f_{ni}$  与相干检测器输出噪声带宽之比  $\Delta f_{no}$  的平方根表示, 即:

$$SNIR = \sqrt{\frac{\Delta f_{ni}}{\Delta f_{no}}}. \quad (16)$$

(3) 满刻度输出时的信号输入电平(FS)。满刻度输出时的输入电平 FS 表征了锁相放大器的测量灵敏度, 它取决于系统的总增益。例如, 如果系统的总增益为  $10^8$ , 满刻度输出为 10V, 则其 FS 输入电平为  $0.1\mu V$ , FS 为允许信号的峰值。

(4) 最大过载电平(OVL), 即允许的最大非相干信号(噪声)的输入电平。

(5) 最小可分辨信号电平 (MDS), 它由前置放大器输入端等效输入噪声和输出直流漂移  $\delta$  来决定。

(6) 输入总动态范围，定义为在给定测量灵敏度条件下锁相放大器的最大过载电平  $OVL$  与最小可分辨信号  $MDS$  之比的分贝值，即

$$\text{输入总动态范围} = 20\lg \frac{OVL}{MDS} \quad (\text{dB}), \quad (17)$$

它是评价锁相放大器从噪声中检测信号的极限指标，它反映锁相放大器允许的输入噪声最大峰值与可以测出的最小信号之间的关系。

(7) 输出动态范围，定义为满刻度输出时的输入电平  $FS$  与最小可分辨信号  $MDS$  之间的分贝值，即

$$\text{输出动态范围} = 20\lg \frac{FS}{MDS} \quad (\text{dB}), \quad (18)$$

它反映了锁相放大器可以检测出的有用信号的动态范围。

(8) 动态储备，定义为锁相放大器的过载电平  $OVL$  与满刻度输出时的输入电平  $FS$  之比的分贝值，即

$$\text{动态储备} = 20\lg \frac{OVL}{FS} \quad (\text{dB}), \quad (19)$$

它反映系统抵御干扰和噪声的能力。

上述后三项性能指标之间关系可用图 4 来表示，即

$$\text{输入总动态范围} = \text{输出动态范围} + \text{动态储备} \quad (20)$$

输入总动态范围一般取决于前置放大器的输入端噪声及输出直流漂移，往往是给定的。当噪声大时应增加动态储备，使放大器不因噪声而过载，但这是以增大漂移为代价的。噪声小时，可增大输出动态范围，相对压缩动态储备，从而获得低漂移的准确测量值。信号通道内插入高、低通滤波器和调谐放大器有助于改善动态储备。改变滤波器的通带范围和放大器的放大倍数会影响动态储备和动态范围。测量中要根据输入信号情况适当调节和选用。

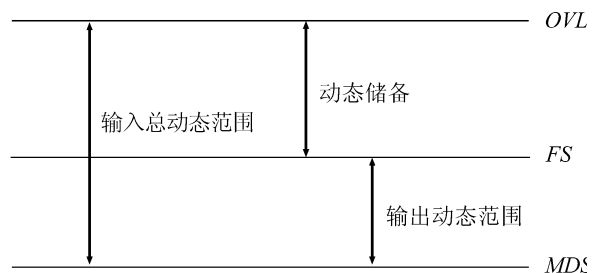


图 4 锁相放大器的动态特性

### 三、实验仪器

本实验的主要仪器是 ND-501 型微弱信号检测实验综合装置，其面板图如图 5 所示。该装置把微弱信号检测技术的基本实验部件装在一个插件盒内，由一个能同时插四个插件盒的带电源的机箱，通过插入不同的实验部件盒组成不同类型的微弱信号检测仪器。有关该仪器的详细情况，请参阅仪器使用说明书。

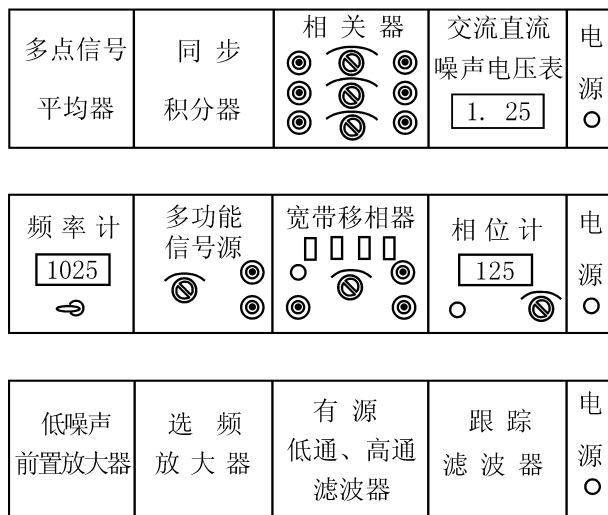


图5 ND-501型微弱信号检测实验综合装置

#### 四、实验内容

利用 ND-501 型微弱信号检测实验综合装置研究锁相放大器的特性并测量其工作参数。

##### 1. 参考信号通道特性研究

调节多功能信号源的输出信号为正弦波，用频率计测量其频率，用交流直流噪声电压表测量信号的幅度，调节输出信号的频率为 1kHz 左右，幅度大小为 100mV 左右。然后按图 6 所示接线，按下宽带移相器 0°移相按钮，调节 0°~100°相位调节按钮，用示波器观察宽带移相器的输入和输出信号的波形的变化，最后使相位差计显示参考信号和输入信号的相位差分别为 0°、90°、180°、270°对比画出宽带移相器的输入和输出信号的波形。

改变信号的幅值和频率，观察同相输出信号幅值和频率的变化，并做简要分析。

调节信号源，使输出波形分别为三角波和方波，重复上述观测。

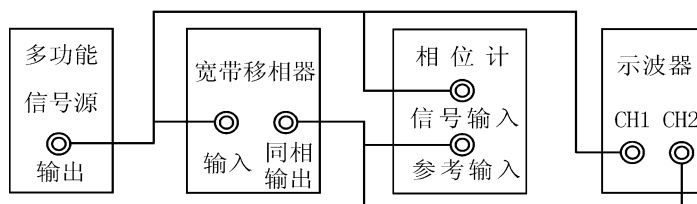


图6 参考通道特性观测

##### 2. 相敏检波器的特性研究及主要参数测量

###### (1) 相敏检波器 PSD 输出波形和电压测量

按图 7 接线，置交流放大倍数为×1，直流放大倍数为×10，相关器低通滤波时间常数置 1 秒，调节宽带移相器的相移量，用示波器观察信号、参考信号及 PSD 的输出波形并分析它们之间的关系，测量相关器输出直流电压大小与信号、参考信号之间幅值及相位差 $\phi$ 的关系，用相位计测量 $\phi$ 值大小，记录参考信号和输入信号的相位差分别为 0°、90°、180°、270°时，PSD 输出直流信号  $u_{dc}$  和在示波器上的输出波形。与图 1 进行比较，并分析相关器的工作

作原理。

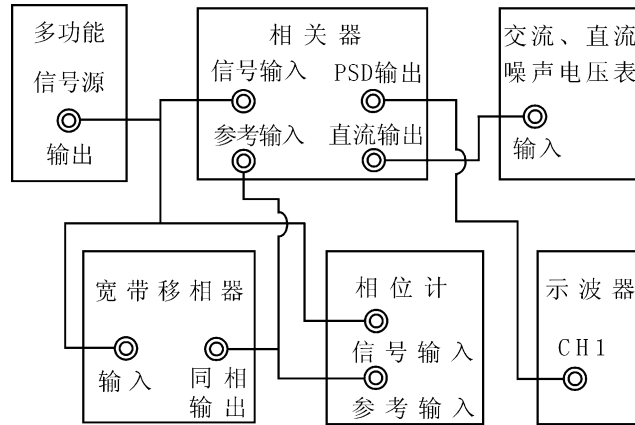


图 7 相关器 PSD 波形观测

### (2) 相关器的谐波响应的测量与观察

将图 7 中宽带移相器的输入信号接至多功能信号源的“倍频·分频输出”，多功能信号源功能“选择”置“分频”，此时，参考信号的频率为信号频率的  $1/n$  次倍。

先置分频数为 1，调节移相器的相移，使输出直流电压最大，记录输出直流电压的大小。改变  $n$  的数值分别为 2, 3, 4, 5...，进行上述测量，根据测量结果画出相关器对谐波响应的响应图。与图 8 进行比较，理解相关器对谐波响应。

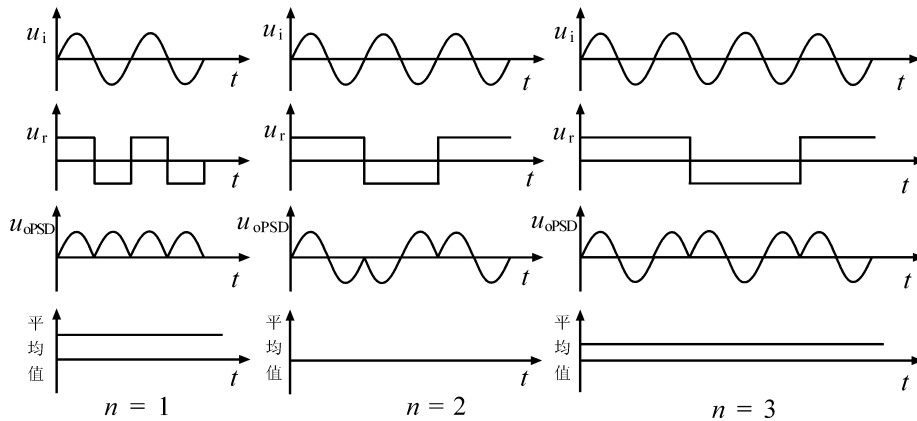


图 8 相关器谐波响应的各点波形

### (3) 相关器对不相关信号的抑制

按图 9 所示接线，多功能信号源的输出正弦信号为相关器的输入信号，低频信号源的输出信号作为相关器的干扰信号，由相关器的“噪声输入”端输入。由示波器观察相关器的“加法器输出”波形与“PSD 输出”波形，用电压表测量输入信号，干扰信号，相关器输出信号大小，由频率计测量信号和干扰信号的频率。

选择相关器的交流放大倍数  $K_{AC}$  为  $\times 1$ ，直流放大倍数  $K_{DC}$  为  $\times 10$ ，时间常数  $T$  为 1 秒，调节多功能信号源的频率为 200Hz(可以任选)，电压为 100mV，调节低频信号源的输出电压为 0(即相关器输入信号不混有干扰信号)，调节宽带相移器的相移量，使相关器输出的直流电



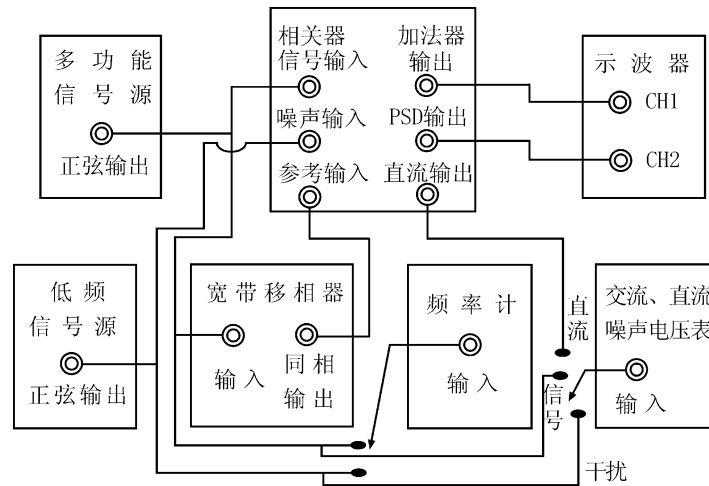


图9 相关器对不相关信号的抑制

压最大。记录“加法器输出”，“PSD 输出”波形及相关器输出的直流电压(正比于输入信号的有效值)。调节低频信号源的输出电压为 300mV，即干扰电压为待测量信号电压的 3 倍。任选一工作频率(例如为 930Hz)。由示波器观察“加法器输出”，“PSD 输出波形”，观测此时被测信号与干扰信号波形及相关器的输出直流电压变化。改变干扰信号的频率，观察相关器对不相关信号的抑制能力，特别注意干扰信号频率接近输入信号的奇次谐波时的现象。对实验现象进行总结，分析相关器抑制干扰的能力。

#### 4) 相关器对噪声的抑制及等效噪声带宽

白噪声电压与带宽有关，通过高、低通滤波器可以组成一个已知带宽的带通滤波器来确定噪声带宽。对于二阶有源滤波器信号带宽 $\Delta f_s$ 与等效噪声带宽 $\Delta f_N$ 关系为： $\Delta f_N=(\pi/2)\Delta f_s$ 。

测试方框图如图 10 所示。白噪声信号源通过高、低通滤波器组成的带通滤波器的限制，使高通、低通滤波器的输出为已知等效噪声带宽的噪声源，输给相关器的噪声，白噪声电压的大小由交流、直流、噪声电压表测量，在测量白噪声电压时，给出的是白噪声的均方根电压，高、低通滤波器的高通截止频率选在 250Hz，低通滤波器的截止频率选在 25kHz，则等

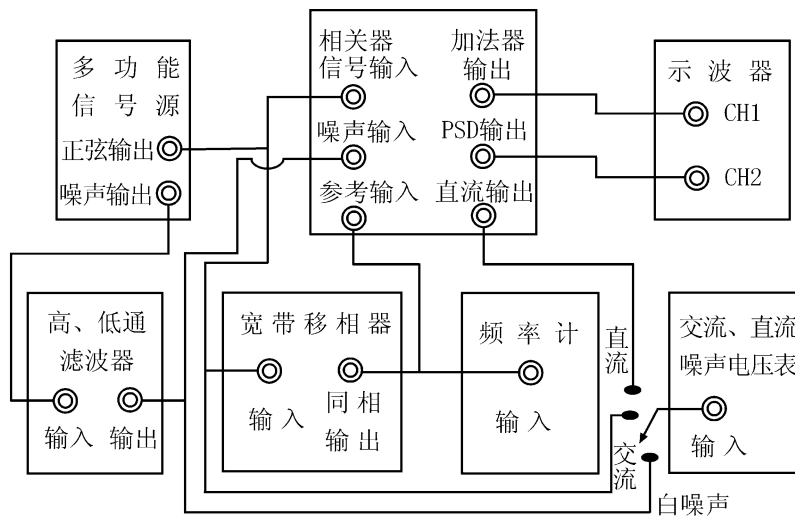


图10 相关器对噪声的抑制

效噪声带宽 $\Delta f_N=(\pi/2)\Delta f_s=(\pi/2)\times(25000-250)\text{Hz}=39\text{kHz}$ 。

相关器选 $K_{AC}=10$ ,  $K_{DC}=10$ ,  $T=1$  秒。输入信号频率 $f_s=1\text{kHz}$ ,  $V_{si}=50\text{mV}$ , 先不加白噪声干扰信号。调节相移器的相移, 使输入信号与参考信号同相, 并用示波器观察“加法器输出”“PSD 输出”的波形, 用电压表测量输出电压。

白噪声信号由相关器“噪声输入”输入, 作为干扰信号, 用示波器观察“加法器输出”的信号与噪声相混的波形。调节白噪声信号源的输出幅度或与高、低通滤波器的放大倍数相配合调节, 使输入白噪声均方根电压为 $100\text{mV}$ , 计算输入信号的信噪比。用示波器观察“加法器输出”的信号与噪声相混的波形和“PSD 输出”波形。用电压表测量相关器输出的信号电压和噪声电压, 计算输出信号的信噪比。利用公式(15)计算信噪比改善, 分析影响信噪比改善的因素。

改变时间常数 $T=0.1\text{s}$ 和 $T=10\text{s}$ , 从示波器上观察直流输出信号的波形, 比较不同时间常数下的信号波形, 同时可以利用 $2\text{V}$ 量程档测量不同时间常数下的直流输出信号中的噪声电压, 了解相关器对噪声的抑制能力。

## 五、思考题

1. 锁相放大器的设计原理(相干检测原理)是什么?
2. 相干检测器(相关器)是如何实现相干检测的?为什么说相关器是锁相放大器的核心?
3. 相干检测器(相关器)输出信号与哪些因素有关?锁相的含义是什么?
4. 滤波器时间常数的选择对锁相放大器检测微弱信号有什么影响?
5. 在微弱信号检测中, 如果微弱信号是直流性质的, 如何利用锁相放大器检测?

## 参考文献

- [1] 张孔时, 丁慎训. 物理实验教程(近代物理实验部分). 清华大学出版社, 1991
- [2] 吕斯骅, 朱印康. 近代物理实验技术(I). 高等教育出版社, 1991
- [3] 唐鸿宾. 微弱信号检测技术实验讲义(上). 南京大学微弱信号检测技术中心, 1997
- [4] ND-501型微弱信号检测实验综合装置使用说明书
- [5] 林木欣. 近代物理实验教程. 科学出版社, 1999
- [6] 何元金, 马兴坤. 近代物理实验. 清华大学出版社, 2003

## 附录 微弱信号检测技术及噪声性质简介

微弱信号检测技术在科学技术许多领域如物理学、化学、生物学、医学、电子学、天文、地学等有着广泛的应用。极端条件下的科学实验是人们认识自然的重要手段, 这些实验中要测量的弱物理量, 如弱光、弱磁、弱声、小位移、微温差、微电导、微电流、微电压及微振动等, 一般都通过各种传感器作电量转换, 使检测对象变换成电量。但由于弱物理量本身的涨落、传感器的本底与测量仪器噪声的影响, 被测的有用电信号是一种被噪声所淹没的微弱信号。因此, 微弱信号检测是一种从强噪声中提取微弱信号的技术, 它利用物理学的、电子学的、信息学的和计算机的方法, 分析噪声产生的原因及规律, 研究信号的特征及相关性, 采取必要的手段将被背景噪声覆盖的信号提取出来。目前, 微弱信号检测的基本方法有:

### 1. 相关检测

相关检测是频域信号的窄带化处理方法，是一种积分过程的相关测量。它利用了信号与外加参考信号的相关特性，这种特性是随机噪声所不具备的。典型的仪器是以相敏检波器（PSD）为核心的锁相放大器（Lock-in Amplifier，简称LIA）。

### 2. 重复信号的时域平均

这种方法适用于信号波形恢复的测量。利用取样技术，在重复信号出现的期间取样，并重复  $n$  次，则测量结果的信噪比可改善  $\sqrt{n}$  倍。代表性的仪器有 Boxcar 信号平均器或称取样积分器。

### 3. 离散信号的统计处理

在微弱光检测中，由于微弱光的量子化，光子流具有离散信号的特征，可以利用离散信号处理方法来检测微弱光信号。这类仪器叫光子计数器。

## 一、噪声的性质

产生噪声的噪声源主要有以下几种：信号源电阻的热噪声、接收及处理信号的电路产生的噪声、环境噪声（如电源频率及其谐波的干扰、汽车、电火花、结构振动、温度涨落等）和量子噪声。其中环境噪声可以通过接地、屏蔽等防护措施而忽略其影响。在电子设备中主要有三类噪声：热噪声、散粒噪声和  $1/f$  噪声，这些噪声都是由元器件内部电子运动的涨落现象引起的。

### 1. 噪声的统计特性

噪声是一种随机过程，在任一瞬时不能预知其精确大小，它由振幅随机和位相随机的频率分量组成，但某些噪声遵循一定的统计分布规律。表征噪声的统计特征量为概率密度函数、数学期望值、方差、均方值和相关函数等。

#### (1) 概率密度函数

对于连续取值的随机噪声，概率密度函数  $p(x)$  表示的是噪声电压  $x(t)$  在  $t$  时刻取值为  $x$  的概率。噪声及其概率密度分布如图附-1 所示。 $t$  时刻噪声电压取值在  $a$  与  $b$  之间的概率为

$$P(a < x \leq b) = \int_a^b p(x) dx, \quad (1)$$

而且

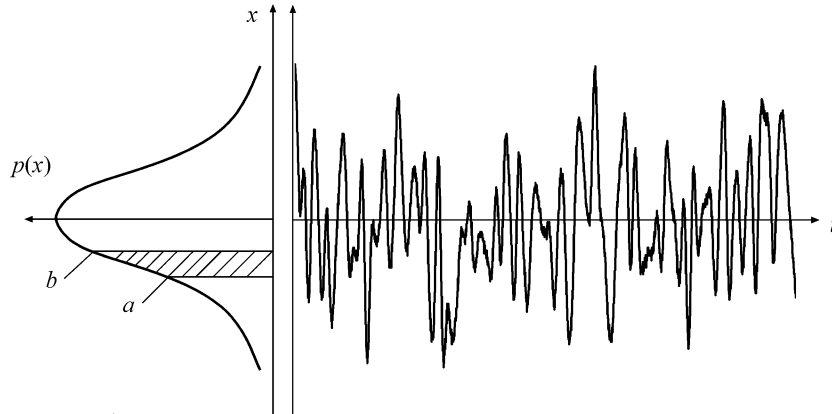
$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1. \quad (2)$$

正态分布的概率密度函数被称为高斯分布，它有如下的形式

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right], \quad (3)$$

式中  $\bar{x}$  为  $x$  的均值， $\sigma_x^2$  为  $x$  的方差。

概率密度函数及统计特征不随时间变化的随机过程称为平稳随机过程，电路中的噪声一般都是平稳随机过程。



图附-1 噪声（右）及其概率密度分布（左）

## (2) 功率谱函数与相关函数

在平稳随机过程中，设噪声电压  $x(t)$  的功率为  $P_x$ ，在角频率  $\omega$  与  $\omega + \Delta\omega$  之间的功率为  $\Delta P_x$ ，噪声功率密度函数定义为

$$S(\omega) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta\omega}, \quad (4)$$

它反映的是噪声功率在不同频率点上的分布情况。在很宽的频率范围内具有恒定的噪声功率谱密度的噪声称为白噪声。

表征平稳随机过程  $x(t)$  的另一个重要特征量是自相关函数  $R(\tau)$ 。

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t-\tau)dt, \quad (5)$$

$R(\tau)$  表示随机过程在两个不同时刻  $(t, t-\tau)$  的相关性。根据维纳-辛钦 (Wiener-Khinchin) 定理，对于有限能量的平稳随机过程，功率谱函数  $S(\omega)$  和自相关函数  $R(\tau)$  之间满足傅里叶变换关系：

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (6)$$

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (7)$$

对于白噪声， $S(\omega) = P_0/2$ ， $R(\tau) = P_0/2 \delta(\tau)$ ，其中  $P_0$  为常数。电子器件中的热噪声、散粒噪声都属于白噪声。

热噪声是由导体中电荷载流子（自由电子）的随机运动引起的，它的功率谱密度函数为

$$S(f) = 4kTR \text{ (V}^2/\text{Hz)}, \quad (8)$$

其中  $R$  为电阻或阻抗元件的实部,  $k$  为玻耳兹曼常数,  $T$  为电阻的绝对温度。

散粒噪声存在于晶体三极管、二极管和电子管中, 它与电流流过半导体器件的 P-N 结有关, 或与电流流过电子管阴极表面的位垒有关。散粒噪声的功率谱密度为

$$S(f) = 2qI \quad (\text{A}^2/\text{Hz}), \quad (9)$$

其中  $q$  为电子电荷,  $I$  为流过结或位垒的直流电流。

$1/f$  噪声是一种重要的噪声源, 主要存在于电子器件中, 它的功率谱密度为

$$S(f) = \frac{K_0}{f} \quad (\text{V}^2/\text{Hz}), \quad (10)$$

其中  $K_0$  为与器件的有关的常数。 $1/f$  噪声主要在低频区域内影响大, 因而不是白噪声。

## 2. 等效噪声带宽

任何电路都有一定的信号带宽  $B$ , 它定义为放大器或调谐电路频率响应曲线的半功率点之间的频率间隔, 即常用的 3dB 带宽。

而对于随机噪声, 由于其电压幅度的不确定性, 人们主要关心的是系统输出的随机噪声功率的大小, 为定量分析放大器抑制噪声的能力, 引入等效噪声带宽的概念, 它的定义是: 等效噪声带宽  $B_N$  是在相同的输入噪声情况下, 与实际线性电路输出噪声功率相等的理想矩形通带系统的带宽。 $B_N$  不同于上述 3dB 带宽  $B$ 。

当电路输入为白噪声信号时,

$$B_N = \frac{1}{G_0} \int_0^\infty G(f) df, \quad (11)$$

式中  $G(f)$  为放大器的功率增益,  $G_0$  为频率  $f=f_0$  处的功率增益。因为功率增益正比于电路的电压传输系数  $|H(j\omega)|$  的平方值, 所以等效噪声带宽也可写成

$$B_N = \frac{1}{A^2} \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 df, \quad (12)$$

式中  $A$  为  $f=f_0$  处的电压增益。

## 二、信噪比

### 1. 信噪比 (SNR)

在物理实验的测量中, 一般从传感器得到的总信号包括了载有信息成分的有用信号  $S$  和附加的噪声  $N$ 。当用均方根值来计量它们的大小时, 引进以下术语来表示所得信息的可靠程度:

信噪比 (SNR):

$$SNR = \frac{\text{信号}}{\text{噪声}} = S / N. \quad (13)$$

测量的误差 =  $\frac{1}{SNR}$ 。

信噪比的改善  $SNIR$ :

$$SNIR = \frac{SNR_0}{SNR_i} = \frac{S_0/N_0}{S_i/N_i}, \quad (14)$$

其中  $S_i$ 、 $N_i$  和  $SNR_i$  分别为系统输入端的信号、噪声和信噪比； $S_0$ 、 $N_0$  和  $SNR_0$  分别为系统输出端的信号、噪声和信噪比。 $SNIR$  衡量一个系统对噪声的抑制能力。

## 2. 提高信噪比的方法

微弱信号检测技术是一门改善信噪比的技术。在采用各种微弱信号检测技术之前，常采用一些有效的方法，来提高被检测信号的信噪比。以光谱信号检测为例，常用以下几种方法。

(1) 利用物理效应增强光谱信号。如采用光声光谱法、光电流光谱法、受激拉曼散射和共振荧光等来增强光谱信号。

(2) 采用光谱滤波消除杂散光。通常用单色仪、窄带滤光片和 FP 标准具进行光谱滤波。

(3) 对于用脉冲激光源激发的光谱信号，可以采用时间选通门技术，以消除连续背景噪声。

(4) 采用空间滤波技术限制背景噪声。

(5) 选择低噪声的光电探测器元件。为了消除探测器的热噪声，通常采用低温冷却的方法。

(6) 良好的接地和屏蔽措施。

## 三、接地与屏蔽

在信号测量中，正确地连接各种仪器，正确地选择地点以及采用良好的屏蔽措施，是保证获得满意的测量结果的前提。

接地分为安全接地和工作接地两大类。安全接地是为了人身安全，因此，接地点的“地”必须是大地。工作接地是因为无论电子设备工作时，还是对它进行测量时，都需要一个公共的参考点，这个参考点常称为工作接地点。合理地设计电路的接地点是抑制噪声和干扰的重要措施。通过合理地设计接地点，可以达到如下几点：第一，减少经公共阻抗产生的噪声电压；第二，抑制电容性耦合；第三，避免构成地回路及电感性耦合，或地电位差。那种把设备上的金属就看作参考接地点，不加考虑地胡乱接地的做法，常常会引入噪声或干扰，使设备工作不正常。

抑制电磁干扰的方法还有屏蔽、隔离、去耦和滤波等。在微弱信号检测中，所谓接地是指工作接地，旨在尽量减少接地环路引入的干扰（主要是来自电源频率的干扰），以及防止参考通道内的与被测信号相干的高电平参考信号对信号通道的污染。

## 参考文献

- [1] 吕斯骅、朱印康主编，近代物理实验技术 (I)，北京：高等教育出版社，1991
- [2] 唐宾雁，微弱信号检测技术，南京大学电子科学与技术微弱信号检测中心，1997
- [3] 高晋占，微弱信号检测，清华大学出版社，2004