

热光关联成像实验

一、引言

1995 年, Y. Shih 等人利用自发参量下转换产生的纠缠光子对实现了鬼成像^[1], 他们所用的实验装置如图 1 所示。由非线性光学晶体 BBO 自发参量下转换产生的双光子纠缠态满足动量守恒定律, 两个光子空间波矢存在关联。利用这一性质, 将纠缠的两个光子分别送到两个不同的光学线性传输系统中, 这两个系统分别被称为取样臂和参考臂。光在取样臂中先经过成像元件, 然后照亮一个待成像的物体, 物光由一个桶探测器 D_1 进行探测, 这里“桶探测”意指物体各部分发出的光同时由探测器收集探测。在参考臂的探测平面上通过扫描光纤来实现空间各点的探测。直接测量两个系统的输出强度分布不能得到这个物体的信息, 然而通过合理安排这两个光学系统, 并在它们的输出平面进行符合测量, 就可以得到物体的像, 这种成像技术被称为鬼成像。由于实验中需要对取样臂和参考臂进行符合测量, 鬼成像也被称为纠缠光的符合成像或关联成像。

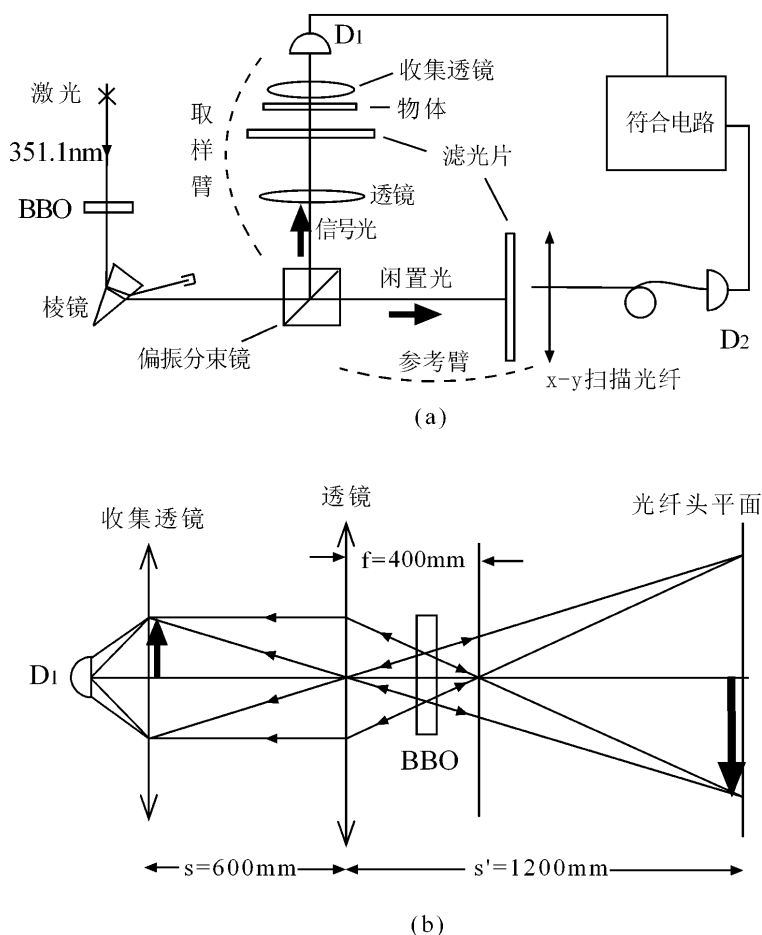


图1 Yanhua Shih 的两光子“鬼”成像实验装置示意图(a)及其相应的展开版本(b)

鬼成像实验证明了纠缠双光子不仅可以传递量子信息, 而且可以用特殊的方式传递经典信息, 因而鬼成像有可能用于量子保密传真。这个鬼成像实验曾一度被认为是经典光源不可模仿的特有的量子现象。2002年, Bennink等人^[2]利用转动的激光模拟热光, 实现了关联成像, 该实验的发表在物理界引起了“量子纠缠在关联成像中是否必要”的激烈争论。随着研

究的深入,人们逐渐认识到利用经典热光源可以模拟量子纠缠光的部分性质,实现关联成像。北京师范大学物理系汪凯戈小组^[3-4]从理论上证明,经典热光源发出的光束在远场和近场中都可能存在空间关联,满足关联成像的要求,他们还预言用经典热光源和量子纠缠源来做关联成像会得到相似的结果,而且从理论上推导出了经典热光关联成像所满足的成像公式,为热光关联成像实验的实现做了充分的理论铺垫。随后,人们用不同的热光源实现了关联成像^[5-7]。

本实验要求了解热光关联成像的原理,掌握关联测量的技术。

二、实验原理

1. 经典多模热光

经典多模热光中的每一个模式都含有大量的光子,是一个宏观系统。任意多模组成的热光场可以表示为

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_k E_k \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_k t)], \quad (1)$$

其中每一个模是波矢为 $\mathbf{k}$, 频率为 ω_k 的单模热光。根据电磁场的经典统计理论, 经典多模热光场要满足以下两点:

1) 每个模式的相位几率分布的均匀性, 即

$$\langle E_k \rangle = 0, \quad \langle E_k^2 \rangle = 0. \quad (2)$$

2) 多模热光的不同模式之间是相互统计独立的。

2. 光场的一阶相关函数

定义两个时空点的光场 $E(\mathbf{r}_1, t_1)$ 和 $E(\mathbf{r}_2, t_2)$ 之间的一阶相关函数为

$$G^{(1)} = \langle E^*(\mathbf{r}_1, t_1) E(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle, \quad (3)$$

它是经典相干理论的一个基本的物理量。当两个时空点为同一时空点时, $G^{(1)} = \langle I(\mathbf{r}, t) \rangle$, 即表示平均光强。

引入归一化的相关函数

$$g^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \frac{\langle E^*(\mathbf{r}_1, t) E(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle |E(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle \langle |E(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle}}, \quad \tau = t_2 - t_1. \quad (4)$$

3. HBT 实验与光场的高阶相关函数

1956 年, 汉勃雷-布朗 (Hanbury-Brown) 和特威斯 (Twiss) 为了研究干涉法测量可见星体的角直径的可行性, 首次在实验中研究光场高阶相干性质—强度关联(俗称 **HBT** 实验)。**HBT** 实验也被公认为是量子光学的奠基性实验, 它第一次从实验证实了光的强度关联效应, 并且实验本身也是测量强度关联的典型方法。**HBT** 实验的原理图如图 2 所示, 来自光源 S 的光束经一分束器 BS 后分成两束光, 并分别由两个探测器 D₁ 和 D₂ 测量, 探测器输出的信号被送到相关器, 其中一路电信号经过延时 τ 。相关器测到的物理量是

$$\begin{aligned}\langle \Delta I(\mathbf{r}_1, t) \Delta I(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle &= \langle (I_1(\mathbf{r}_1, t) - \bar{I}_1)(I_2(\mathbf{r}_2, t + \tau) - \bar{I}_2) \rangle \\ &= \langle I_1(\mathbf{r}_1, t) I_2(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle - \langle I_1(\mathbf{r}_1, t) \rangle \langle I_2(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle,\end{aligned}\quad (5)$$

式中符号 $\langle \rangle$ 表示取平均。上式右边第一项是如下类型的相关函数

$$G^{(2)} = \langle I_1 I_2 \rangle = \langle E^*(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_2, t_2) E(\mathbf{r}_2, t_2) E(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle, \quad (6)$$

$G^{(2)}$ 称为光场的二阶相干函数，它描述两个时空点的光场强度的关联。同样，可引入如下的归一化的二阶相干函数：

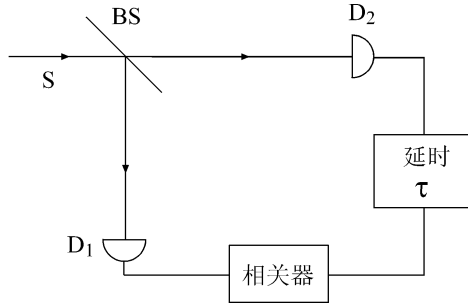


图2 HBT 实验示意图

$$\begin{aligned}g^{(2)}(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_2, t_2, \mathbf{r}_1, t_1) &= \frac{\langle E^*(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_2, t_2) E(\mathbf{r}_2, t_2) E(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle}{\langle |E(\mathbf{r}_1, t_1)|^2 \rangle \langle |E(\mathbf{r}_2, t_2)|^2 \rangle} \\ &= \frac{\langle I_1(\mathbf{r}_1, t_1) I_2(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle}{\langle I_1(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle \langle I_2(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle},\end{aligned}\quad (7)$$

对于理想的热光， $g^{(2)}=2$ ；对于单色的热光场，

$g^{(2)}$ 与 $g^{(1)}$ 的关系满足：

$$g^{(2)} = |g^{(1)}|^2 + 1, \quad (8)$$

对于同一空间点， $g^{(2)}$ 随延迟时间 τ 的变化如图3所示。定义光源的关联时间 τ_0 为 $g^{(2)}$ 值下降到其最大值的10%处的延迟时间。

4. 热光场的关联^[3]

多模热光场的二阶关联函数和一阶关联函数之间存在如下关系

$$\begin{aligned}G^{(2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E^*(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_2, t_2) E(\mathbf{r}_2, t_2) E(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle \\ &= |G^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + G^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) G^{(1)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2).\end{aligned}$$

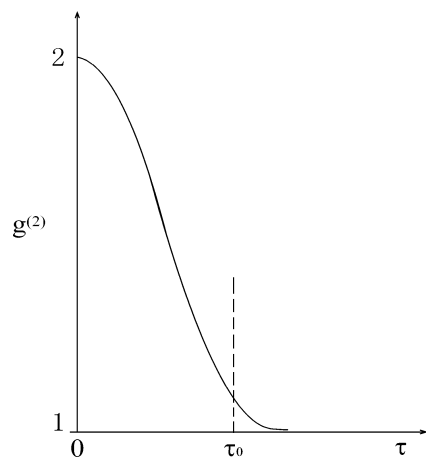


图3 $g^{(2)}$ 随延迟时间的变化曲线

(9)

上式的第二项中 $\mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{r}_2$ 之间是相互独立的，实际上只是两个位置上光场强度的乘积，对于热光场的关联贡献了一个背景而已；而第一项表明，在多模热光场的二阶关联函数中，两个不同位置 $\mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{r}_2$ 之间会存在联系。

为了突出研究多模热光场的横向空间关联，考虑三个简化：（1）所研究多模热光是单一频率，忽略光场的时间相干问题；（2）只考虑二维空间分布：横向和纵向；（3）波矢量 $\mathbf{k}$ 方向随机连续分布，且近轴传播 $k_z \approx |\mathbf{k}|$ 。在考虑了以上假设后，多模热光场可以写为：

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= E(x, z, t) \\ &= \int E_k \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)] d\mathbf{k} \\ &= \int E(q) \exp[i(qx + k_z z - \omega_0 t)] dq \\ &= A(x) \exp[i(k_z z - \omega_0 t)], \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $A(x) = \int E(q) \exp[iqx] dq$ 是光场的慢变振幅， ω_0 是光场的频率， q 是一维随机横向波矢，满足 $|q|^2 + k_z^2 = |\mathbf{k}|^2$ 。因而该光场是单频多模热光场， $E(q)$ 是遵从高斯分布的随机变量，具有不同横向波矢的光场之间是统计独立的。根据维纳-辛钦定理可以得到多模热光场的一阶关联函数

$$\langle E^*(q) E(q') \rangle = S(q) \delta(q - q'). \quad (11)$$

式中 $S(q)$ 表示光场的空间频谱分布。根据高斯矩定理，则可以将二阶关联表示为

$$\begin{aligned} &\langle E^*(q_1) E^*(q_2) E(q'_2) E(q'_1) \rangle \\ &= \langle E^*(q_1) E(q'_1) \rangle \langle E^*(q_2) E(q'_2) \rangle + \langle E^*(q_1) E(q'_2) \rangle \langle E^*(q_2) E(q'_1) \rangle \\ &= S(q_1) S(q_2) [\delta(q_1 - q'_1) \delta(q_2 - q'_2) + \delta(q_1 - q'_2) \delta(q_2 - q'_1)]. \end{aligned} \quad (12)$$

由上式看出，在热光的二阶关联函数中，也存在着两项波矢之间的关联，即发生在相同波矢之间的光场的关联。热光关联发生于正频光场和负频光场之间。热光关联存在两项，其中一项发生关联，另一项中并不存在关联，只是贡献了一个背景。

5. 热光的关联成像理论

光场通过如图4的线性系统，图中， x_0 、 x_1 和 x_2 分别是光源输出平面、被分束后的参考臂和取样臂探测平面的横向坐标。在取样臂中，光通过凸透镜L，照亮待成像的物体，探测器D₁采集物体的所有信息。在参考臂中，参考光沿z轴自由传播，最终由探测器D₂采集参考光的空间分布信息。

在近轴近似条件下，参考臂的脉冲响应函数为

$$h_r(x_1, x_0) = \sqrt{\frac{k}{2\pi z_1}} \exp\left[-i\frac{\pi}{4} + ikz_1 + i\frac{k}{2z_1}(x_1 - x_0)^2\right], \quad (13)$$

式中 z_1 是光源到参考臂探测面的纵向传播距离。

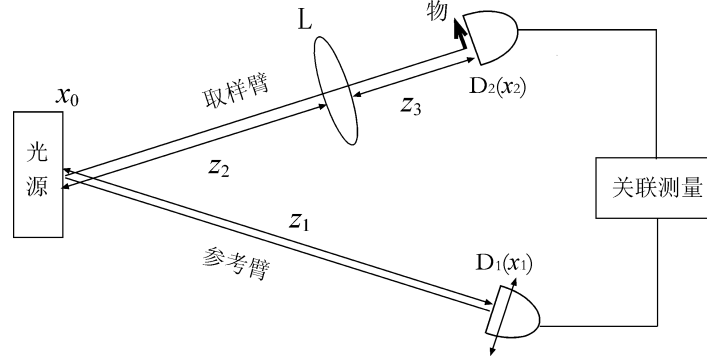


图4 关联成像实现方案示意图

取样臂可以看成由两部分组成：薄透镜和透明物体。光源到透镜的距离为 z_2 ，透镜与物体的距离为 z_3 ，透镜的焦距为 f 。在近轴传播条件下，当 $\Delta z = z_2 z_3 \left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} - \frac{1}{f} \right) \neq 0$ 时，透镜系统的脉冲响应函数为

$$h_{t1}(x, x_0) = \sqrt{\frac{k}{2\pi\Delta z}} \exp \left[-i\frac{\pi}{4} + ik(z_2 + z_3) + i\frac{k}{\Delta z} \left(\frac{f - z_3}{2f} x_0^2 + \frac{f - z_2}{2f} x^2 - xx_0 \right) \right]. \quad (14)$$

透明物体的脉冲响应函数为

$$h_{t2}(x_2, x) = T(x) \delta(x - x_2), \quad (15)$$

其中 $T(x)$ 为透明物体的分布函数。取样臂的脉冲响应函数为

$$h_t(x_2, x_0) = \int h_{t2}(x_2, x) h_{t1}(x, x_0) dx = T(x_2) \sqrt{\frac{k}{2\pi\Delta z}} \exp \left[-i\frac{\pi}{4} + ik \left(z_2 + z_3 + \frac{f - z_3}{2f\Delta z} x_0^2 + \frac{f - z_2}{2f\Delta z} x_2^2 - \frac{x_2 x_0}{\Delta z} \right) \right]. \quad (16)$$

热光场经过如上所示的光学系统后，在探测平面上的光场的横向分布为

$$E_1(x_1) = \int h_r(x_1, x_0) a(x_0) dx_0, \quad (17a)$$

$$E_2(x_2) = \int h_t(x_2, x_0) a(x_0) dx_0, \quad (17b)$$

式中 $a(x_0)$ 是光源平面的横向光场。

在热光源空间频率带宽无穷大时 $S(q) = S(0)$ ，为计算方便起见，取 $S(q) = S(0) = 1$ ，二阶关联 (9) 中存在位置关联的项为：

$$\begin{aligned} \int h_r^*(x_1, x_0) h_t(x_2, x_0) dx_0 &= \frac{kT(x_2)}{2\pi\sqrt{z_1\Delta z}} \exp \left[ik(-z_1 + z_2 + z_3 - \frac{x_1^2}{2z_1} + \frac{x_2^2}{\Delta z} \frac{f - z_2}{2f}) \right] \\ &\times \int \left(\exp \left[i\frac{kx_0^2}{2} \left(\frac{f - z_3}{\Delta z f} - \frac{1}{z_1} \right) + ikx_0 \left(\frac{x_1}{z_1} - \frac{x_2}{\Delta z} \right) \right] \right) dx_0. \end{aligned} \quad (18)$$

如果参考臂和取样臂满足条件 $\frac{f-z_3}{\Delta z f} - \frac{1}{z_1} = 0$ ，即

$$\frac{1}{z_2 - z_1} + \frac{1}{z_3} = \frac{1}{f}, \quad (19)$$

则式 (17) 的积分结果为

$$\sqrt{\frac{z_2 - z_1}{z_3}} \exp[i\phi'] \times T(x_2) \delta\left(x_1 - x_2 \frac{z_2 - z_1}{z_3}\right), \quad (20)$$

其中 $\phi' = \arg\left(\sqrt{\frac{z_3}{z_1 - z_2}}\right) + k\left(z_2 - z_1 + z_3 - \frac{x_1^2}{2z_1} + \frac{x_2^2}{\Delta z} \frac{f - z_2}{2f}\right)$ 。由式 (20) 可看出，物平面

上透过函数分布 $T(x_2)$ 的每一点 x_2 都能够找到在像平面上对应的点 x_1 ，对物体所在平面进行积分，把 $z_2 - z_1$ 看作象距，可在像平面得到物体的空间分布。式 (19) 称为热光关联成像的高斯公式。

热光关联成像的原理可用图 5 来理解。利用非偏振的分束镜将热光分成两束，我们可将参考光路沿分束镜对称，再沿光源作镜面对折，可得到热光关联成像的展开图，如图 5b 所示。将图 5 与图 1 比较，也可以看出热光与纠缠光所满足的成像公式的区别。

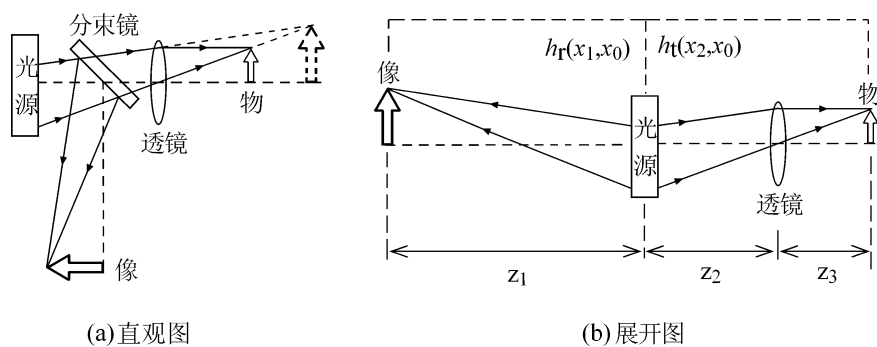


图 5 热光关联成像示意图

三、实验装置

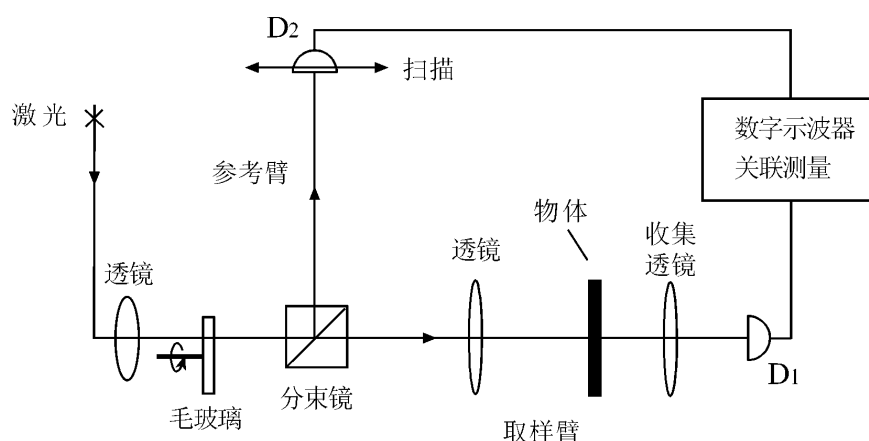


图 6 热光成像实验装置示意图

实验装置示意图如图 6 所示。半导体激光由透镜会聚后，照射在旋转的毛玻璃上，经过毛玻璃的散射形成类热光源。类热光经过非偏振的分束镜分束后，分别经过取样臂和参考臂照射到探测器 D_1 和 D_2 上。 D_1 和 D_2 的输出信号由数字示波器采集记录并传输到计算机中进行关联测量。

四、实验内容

测量热光的关联时间实验和验证热光关联成像公式中毛玻璃的转动频率约为 0.06Hz ，选取适当的示波器时基。数值示波器 TEK3012B 满屏时可记录 10000 个时间点的数据。

1. 测量热光的关联时间

利用图 2 的 HBT 实验装置，探测器 D_1 （或 D_2 ）水平位置上每隔 0.1mm 记录一个空间点的数据，测量热光的关联时间。

2. 验证热光关联成像公式

实验中采用的物体为两个可通光的小孔，两个小孔水平放置，为了使采集的物体的像可区分，两个小孔的宽度不同。仔细调整好光路。物体到成像透镜的距离为 z_3 ，分光镜到成像透镜的距离为 z_2 ，根据公式（19）分光镜到扫描探测器 D_1 的距离为 z_1 。满足像距 $(z_2 - z_1)$ ，得到的物体的像理论上应放大 $(z_2 - z_1)/z_3$ 倍。物体两孔中间位置的间隔为 L 。 D_2 前的透镜为会聚透镜，将透过物体的光全部会聚到 D_2 ，即 D_2 相当于一个桶探测器。

实验中探测器 D_1 在水平位置上每隔 0.2mm 记录一个空间点的数据。记录时将 D_1 和 D_2 输出的信号连接到数字示波器，进行关联测量，验证热光成像公式。

3. 研究性内容：制作两个周期不同的光栅物体。先研究单个光栅物体的关联成像，然后将它们同时分别放在参考臂和取样臂上，研究关联的莫尔条纹现象。

五、思考题

- 1、查资料，了解“热光”的含义。
- 2、热光关联成像又叫热光鬼成像，想一想，“鬼”指什么？热光关联成像实验与经典透镜成像有何异同？
- 3、实验中毛玻璃的作用是什么？

- 4、实验要求“选取适当的示波器时基”，怎么判断“适当”？
- 5、若用光的时间关联性做 hbt 实验，要用什么样的光源？如何测量时间关联长度？
- 6、若物体为一个复杂的二维物体，如何进行关联成像实验？

参考文献

- [1] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, “Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement,” *Phys. Rev. A*, **52**, R3429–R3432 (1995).
- [2] R. S. Bennink, S. J. Bentley and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002)
- [3] 曹德忠, 宏观领域的光场经典关联与量子纠缠, 博士学位论文, 北京师范大学研究生院 (2004)
- [4] De-Zhong Cao, Jun Xiong, and Kaige Wang, “Geometrical optics in correlated imaging systems” *Phys. Rev. A*, 013801 (2005)
- [5] Alejandra Valencia, Giuliano Scarcelli, Milena D’Angelo, and Yanhua Shih, “Two-Photon Imaging with Thermal Light” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 063601 (2005)
- [6] F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti, M. Bache, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, “High-Resolution Ghost Image and Ghost Diffraction Experiments with Thermal Light,” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 183602 (2005)
- [7] D. Zhang, Y.-H. Zhai, L.-A. Wu, and X.-H. Chen, "Correlated two-photon imaging with true thermal light", *Opt. Letts* 30, 2354 (2005)